

Mathématiques 30321B supplémentaires Correction

1. Si $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$ $B = \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ -10 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$, trouve BA. *oui*, 2×3

$$\begin{bmatrix} -1 & 7 \\ -10 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -2 & -18 \\ -10 & -20 & -40 \end{bmatrix}$$

2. $C = \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ -10 & 0 \end{bmatrix}$ a) Calcule le déterminant de C. b) Détermine l'inverse de B

$$\text{Det } C = (-1 \times 0) - (-10 \times 7) = 0 + 70 = 70$$

Echelonnée

$$\begin{bmatrix} -1 & 7 & | & 1 & 0 \\ -10 & 0 & | & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \begin{bmatrix} -1 & 7 & | & 1 & 0 \\ 0 & -70 & | & 10 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{2} \div 70 \begin{bmatrix} -1 & 7 & | & 1 & 0 \\ 0 & 1 & | & 1/7 & -1/70 \end{bmatrix}$$

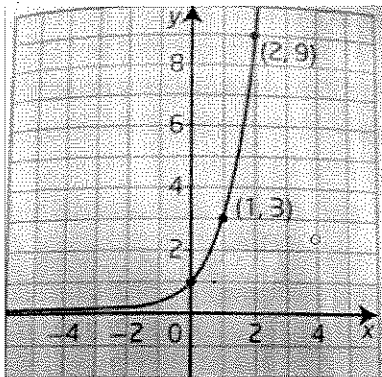
$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \begin{bmatrix} -1 & 0 & | & 10 & 1/70 \\ 0 & 1 & | & 1/7 & -1/70 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{1} \div -1 \begin{bmatrix} 1 & 0 & | & 0 & -1/10 \\ 0 & 1 & | & 1/7 & -1/70 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1/10 \\ 1/7 & -1/70 \end{bmatrix}$$

3. Détermine la règle.

a)

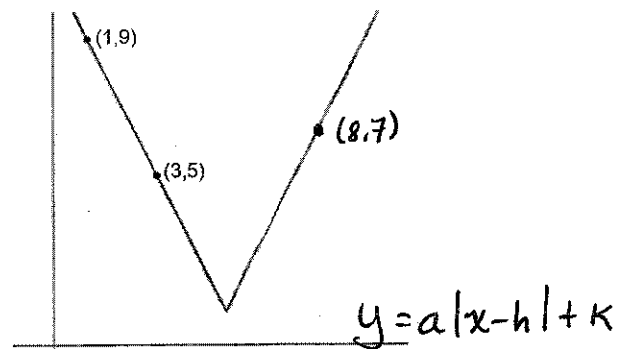


$(1, 3)$ $(2, 9)$ $k=0$
 $y = a(c)^x + 0$
 $\textcircled{1} 3 = ac^1 \rightarrow a = 3/c$
 $\textcircled{2} 9 = ac^2$
 $9 = \frac{3}{c} \cdot c^2$
 $9 = 3c$
 $3 = c$

$y = 1(3)^x$

$\textcircled{1} 3 = a(3)$
 $1 = a$

b)



$$m = \frac{5-9}{3-1} = \frac{-4}{2} = -2$$

$\textcircled{1} y = mx + b$ $\textcircled{2} y = 2(x) + b$
 $5 = -2(3) + b$ $7 = 2(8) + b$
 $11 = b$ $-9 = b$

$\textcircled{1} y = -2x + 11$ $\textcircled{2} y = 2x - 9$

$$-2x + 11 = 2x - 9$$

$$-4x = -20$$

$$x = 5$$

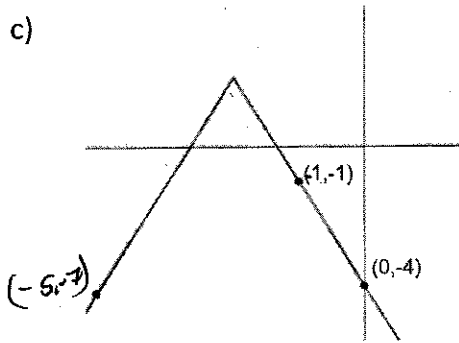
$\textcircled{1} y = -2(5) + 11$
 $4 = 1$

$S(5, 1)$

$y = 2|x-5| + 1$

Mathématiques 30321B supplémentaires

c)



$$m = \frac{-4+1}{0+1} = -3$$

$$\textcircled{1} y = -3x - 4$$

$$y = 3x + b$$

$$-7 = -15 + b$$

$$8 = b$$

$$\textcircled{2} y = 3x + 8$$

$$-3x - 4 = 3x + 8$$

$$-6x = 12$$

$$x = -2$$

$$y = -3(-2) - 4$$

$$y = 2$$

$$S(-2, 2)$$

$$y = -3|x+2| + 2$$

4. Trace le graphique.

$$a) y = -2 \left(\frac{1}{2} \right)^x + 3$$

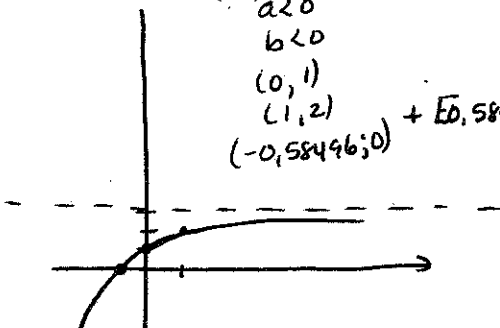
$$a < 0$$

$$b < 0$$

$$(0, 1)$$

$$(1, 2)$$

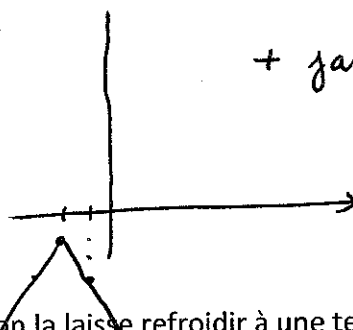
$$(-0,58496; 0) + \text{Ed. } 58496; \infty [$$



$$b) y = -|2x + 4| - 1$$

$$y = -2|x+2| - 1$$

$$S(-2, -1)$$



c) quand chaque équation est-elle positive?

$$a) 0 = -2 \left(\frac{1}{2} \right)^x + 3$$

$$-\frac{3}{-2} = \left(\frac{1}{2} \right)^x$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{2} = x$$

$$x = -0.58496$$

+ jamais

5. On chauffe une tasse d'eau à 100°C, puis on la laisse refroidir à une température ambiante de 20°C.

Toutes les minutes, on note sa température T, en degrés Celcius, en fonction du temps écoulé, m, en minutes. La température de l'eau diminue de façon exponentielle à un taux de 25% par intervalle de 5 min. Quelle est la température de l'eau, 20 minutes après qu'elle commence à refroidir ?

$$a = 100^\circ\text{C}$$

$$C = 100\% - 25\%$$

$$b = \frac{1}{5} \text{ min}$$

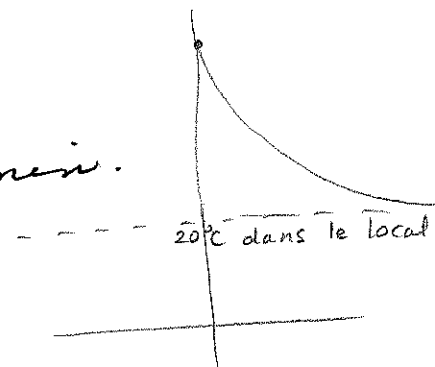
$$x = 20 \text{ min}$$

$$K = 20$$

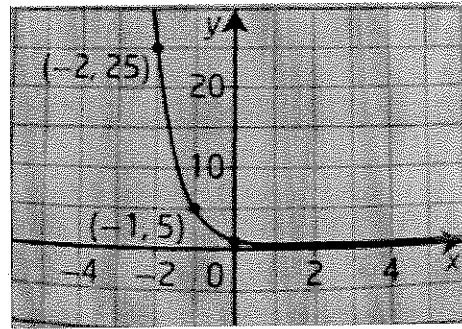
$$y = 100 (0,75)^{20/5} + 20$$

$$y = 31,6 + 20$$

$$y = 51,6^\circ\text{C après } 20 \text{ min.}$$



d)



$$(-1, 5) \quad (-2, 25) \quad K = 0$$

$$y = a(c)^x + 0$$

$$\textcircled{1} 5 = ac^{-1} \rightarrow a = \frac{5}{c-1}$$

$$\textcircled{2} 25 = ac^{-2} \leftarrow$$

$$25 = \frac{5}{c-1} \cdot c^{-2}$$

$$\frac{25}{5} = \frac{5c^{-1}}{c-1}$$

$$\left(\frac{1}{5} \right)^x = (c-1)^{-x-1}$$

$$\frac{1}{5} = c$$

$$y = a \left(\frac{1}{5} \right)^x$$

$$5 = a \left(\frac{1}{5} \right)^{-1}$$

$$1 = a$$

$$y = 1 \left(\frac{1}{5} \right)^x$$

Mathématiques 30321B supplémentaires

6. Associe chaque fonction à la transformation correspondante de $y = 3^x$.

a) $y = -3^x$

Sym / x
C

b) $y = 2(3)^x$

AV de fact 2
A

c) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

Sym / y
B

d) $y = 3^{x-2}$

TH de 2 u. →
D

A Allongement vertical de facteur 2 b)

B Réflexion par rapport à l'axe des y c)

C Réflexion par rapport à l'axe des x a)

D Translation de 2 unités vers la droite d)

7. Écris la fonction transformée de

a) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x ; -\frac{1}{2}f(x-2) + 1$

$f(x) = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} + 1$

b) $g(x) = |x| ; 3g(x-1) + 1$

$g(x) = 3|x-1| + 1$

8. La demi-vie de l'isotope radioactif actinium 225 est de 10 jours. Combien de temps avant qu'un échantillon soit désintégré à 30% de sa quantité initiale ?

$C = \frac{1}{2}$

$b = 1/10 \text{ j}$

$x = ?$

$y = 70\%$

$y = 100 \left(\frac{1}{2}\right)^{x/10}$

$30 = 100 \left(\frac{1}{2}\right)^{x/10}$

$0.3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{x/10}$

$\log_{0.5} 0.3 = \frac{x}{10}$

$\frac{x}{10} = 1.71$

$x = 17.4 \text{ jours}$

9. Supposez qu'une population de bactéries E. Coli double à toutes les 20 minutes. S'il y avait 30 bactéries au début, dans combien de temps y en aurait-il 1920 ?

$C = 2$

$b = \frac{1}{20} \text{ min}$

$a = 30$

$y = 1920 \text{ bactéries}$

$y = 30(2)^{x/20}$

$\frac{1920}{30} = \frac{30(2)^{x/20}}{30}$

$64 = 2^{x/20}$

$\log_2 64 = \frac{x}{20}$

$6 = \frac{x}{20}$

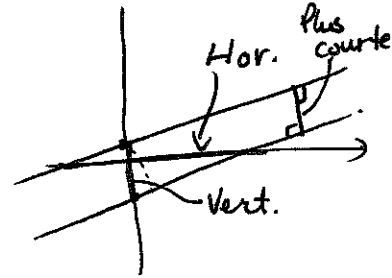
$120 \text{ min} = x$

Mathématiques 30321B supplémentaires

10. Détermine la distance horizontale, distance verticale et la distance la plus courte entre les deux droites suivantes.

$$\begin{aligned} 2x - 4y + 1 &= 0 \\ -4y &= -2x - 1 \\ y &= \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x - 4y - 6 &= 0 \\ -4y &= -2x + 6 \\ y &= \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \end{aligned}$$



Horizontale

$$0 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$$

$$-\frac{1}{4} \times \frac{2}{1} = x$$

$$-\frac{1}{2} = x$$

$$\sqrt{\left(-\frac{1}{2} - 0\right)^2 + \left(0 - 0\right)^2} = \frac{1}{2}$$

$$0 = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2} \times \frac{2}{1} = x$$

$$3 = x$$

$$\text{Vert. } \frac{1}{4} + \frac{3}{2} = \frac{7}{4}$$

Plus courte

$$(0, 1/4) \text{ et } y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

$$\perp \Rightarrow y = -2x + \frac{7}{4} \text{ ①}$$

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \text{ ②}$$

$$\text{①} - \text{②} \quad 0 = -\frac{5}{2}x + \frac{7}{4} \quad -\frac{14}{20} = x = -\frac{7}{10}$$

$$y = \frac{1}{2}\left(-\frac{7}{10}\right) - \frac{3}{2} = -\frac{37}{20}$$

$$(0, 1/4) \quad \left(-\frac{7}{10}, -\frac{37}{20}\right)$$

$$d = \sqrt{\left(0 + \frac{7}{10}\right)^2 + \left(\frac{1}{4} + \frac{37}{20}\right)^2}$$

$$d = 2,12$$

11. A 4 heures, on compte 192 moustiques et 3 heures plus tard, on en compte 12288. Combien y en avait-il vers 10 heures?

$$a = 192 \text{ moustiques}$$

$$y = 12288 \text{ moustiques}$$

$$x = 3 \text{ h.}$$

$$y = a(c)^x$$

$$\frac{12288}{192} = \frac{192(c)^3}{192}$$

$$64 = c^3$$

$$c = 4$$

$$y = 192(4)^x$$

$$y = 192(4)^6$$

$$y = 786432 \text{ moustiques}$$

12. A chaque année, la demande mondiale en figures augmente de 5%. Si la demande de figures était 2,3 tonnes en 1997.

a) Quelle était la demande en 2003?

$$c = (1 + 0,05) \quad y = 2,3(1,05)^6$$

$$a = 2,3 \text{ tonnes} \quad y = 3,082 \text{ tonnes}$$

$$x = 6$$

b) en quelle année la demande sera-t-elle de 10 tonnes?

$$\frac{10}{2,3} = \frac{2,3(1,05)^x}{2,3}$$

$$4,3478 = (1,05)^x$$

$$\log_{1,05} 4,3478 = x$$

$$x = 30,12$$

En 2027.

Mathématiques 30321B supplémentaires

13. Les photocopieurs peuvent réduire les dimensions d'une image originale. D'habitude, la réduction maximale est de 64% de la dimensions originales. Combien de réductions, en utilisant le maximale à chaque fois, que ça va prendre pour réduire l'image à moins de 10% de sa grosseur originale ?

$$C = 64\%$$

$$y = 0,10$$

$$a = 100\%$$

$$x = ?$$

$$y = a(C)^x + 0$$

$$0,10 = 1 (0,64)^x$$

$$\log_{0,64} 0,10 = x$$

$$x = 5,16$$

Il faudrait la réduire la fois.

14. Un escalier fait en brique a un total de 40 marches. La marche du bas contient 88 briques et chaque marche suivante a deux briques de moins. Combien de briques ont été nécessaires pour construire cet escalier ?

$$88, 86, 84 \dots t_{40}$$

$$S_{40} = \frac{40}{2} (2(88) + (40-1)(-2))$$

$$S_{40} = 1960 \text{ briques}$$

15. La réserve d'huile en Alberta diminue de 10% par année. Sachant que la réserve initiale était de 100 000 MI. Combien en restait-il quatre ans après le début ?

$$C = (100\% - 10\%)$$

$$a = 100\,000$$

$$x = 4$$

$$y = a(C)^x + 0$$

$$y = 100\,000 (0,9)^4$$

$$y = 65\,610 \text{ ml.}$$

Mathématiques 30321B supplémentaires

16. Une maison qui valait 350 000\$ à l'achat, vaut 335 000\$ après un an et 320 000\$ après la deuxième année. Si l'économie continue ainsi, quelle sera la valeur de cette maison après 10 ans?

350 000 , 335 000 , 320 000 . . .

$$t_{10} = a + (n-1)d$$
$$t_{10} = 350000 + 9(-15000)$$
$$t_{10} = 215000 \$$$

17. Une fois par semaine, Mad. Baker fait des biscuits au sucre. La première semaine qu'elle fait cette recette, elle utilise 2 tasses de sucre comme demandé. Les semaines suivantes, elle réduit la quantité de sucre de $\frac{1}{3}$.

- a) Quelle quantité de sucre place-t-elle dans ses biscuits à la 5^e semaine ?

2 tasses, $\frac{4}{3}$ tasses

$$t_5 = ?$$

$$a = 2$$

$$r = \frac{2}{3}$$

$$t_5 = ar^{n-1}$$

$$t_5 = 2\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{32}{81} \text{ tasse.}$$

- b) Quelle quantité de sucre a-t-elle utilisée dans un mois ?

$$2 + \frac{4}{3} + \frac{8}{9} + \frac{16}{27} = \frac{130}{27} \text{ tasses}$$

4,8 tasses.