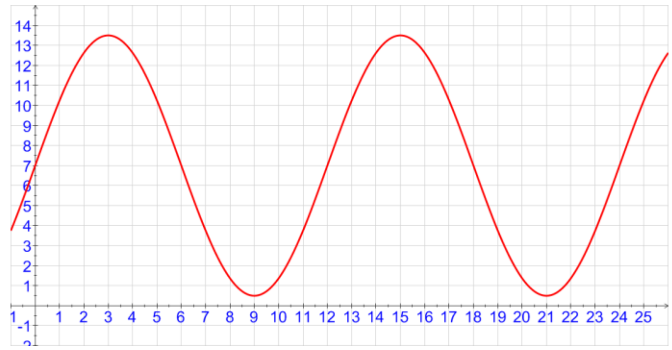
Feuille de travail - Les applications des fonctions sinusoïdales

1. Le diagramme ci-dessous représente la montée et la baisse du niveau de la mer dans une partie de la baie de Fundy. On peut le représenter par une fonction sinus de la forme $h(t) = a \sin b(t - c) + d$, où t est le temps, en heures, et h (t) est la hauteur du niveau de la mer par rapport au sol.



   a) Quelle est l'image des marées ?
   $\left[0,5 ; 13,5\right]$

   b) Quelle est la période des marées ? 12 heures

   c) Si t = 0 correspond à minuit, à quelle heure aura lieu la prochain marée basse?
   9 hres AM

   d) Quelle est la fonction sinus qui représente cette situation?

$$A = \frac{13,5 - 0,5}{2} = 6,5 : a = 6,5$$

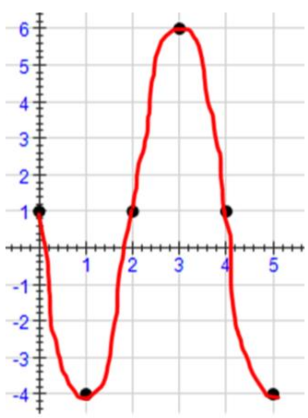
$$P = 12 = \frac{2\pi}{b} : b = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{déphasage nul} : c = 0$$

$$\text{déplacement vertical de } 7 \uparrow : d = +7$$

$$y = 6,5 \sin \frac{\pi}{6} x + 7$$

2. Détermine l'équation de la fonction sinus qui possède un maximum au point (3, 6) et dont le minimum suivant se situe au point (5, -4).



$$A = \frac{6 - (-4)}{2} = 5 : a = 5$$

$$P = 4 = \frac{2\pi}{b} : b = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{déphasage } 2 \rightarrow : c = 2$$

$$\text{déplacement vertical de } 1 \uparrow : d = +1$$

$$y = 4 \sin \frac{\pi}{2}(x - 2) + 1$$

3. On peut utiliser la fonction ci-dessous pour représenter la température d'une maison climatisée lors d'une journée chaude d'été: $t(x) = 20 + 1,5\cos\frac{\pi x}{12}$

   où x est le temps, en minutes, après la mise en marche du climatiseur et t(x), la température en degré Celsius.

   a) Quelles sont les températures maximale et minimale de la maison ?

      $Min = 20 - 1,5 = 18,5 \qquad Max = 20 + 1,5 = 21,5$

   b) Détermine la température 10 minutes après la mise en marche du climatiseur ?

      $$t(10) = 20 + 1,5\cos\frac{\pi(10)}{12} = 18,7 \text{ degrés}$$

   c) Quelle est la période de cette fonction?

      $$b = \frac{\pi}{12}$$

      $$P = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{\pi/12} = 24 \text{ minutes}$$

4. On peut utiliser la fonction ici-bas pour représenter la relation entre la hauteur d'un raz-de-marée au-dessus du niveau de la mer et le temps : $h(t) = 1,45\cos\frac{2\pi t}{12,4} + 1,45$ où h est la hauteur, en mètres, au-dessus du niveau de la mer et t, le temps, en heures.

   a) Quelle est la hauteur maximale de la vague ?

      $1,45 + 1,45 = 2,9$

      La hauteur maximale serait de 2,9 mètres.

   b) Quelle est la période de la vague ?

      $$b = \frac{2\pi}{12,4}$$

      $$P = \frac{2\pi}{2\pi/12,4} = 12,4 \text{ heures}$$

   c) Dans le premier cycle, à quels moments la vague atteint-elle son maximum ?

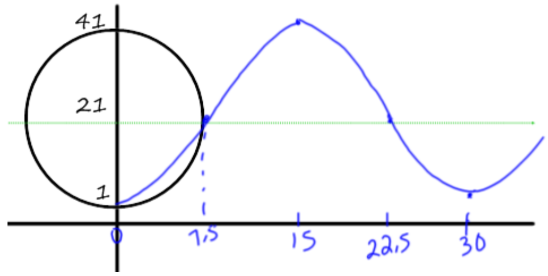
      La vague atteint sa hauteur maximale à 0 heure et 12,4 heures.

   d) Quelle est la hauteur de la vague 2 heures après le début du raz-de-marée ?

      $$h(2) = 1,45\cos\frac{2\pi(2)}{12,4} + 1,45$$

      $$h(2) = 2,22 \text{ mètres}$$

5. Le centre d'une grande roue de 40 m est situé à 21 m au-dessus du sol. La roue effectue une révolution toutes les 30 secondes. Écris une équation qui représente la hauteur en fonction du temps d'une personne qui commence son tour de grande roue au point le plus bas.



sin

$A = 20 : a = 20$

$P = 30 = \frac{2\pi}{b} : b = \frac{\pi}{15}$

Déphasage $= 7,5 \rightarrow : c = 7,5$

Déplacement $21 \uparrow : d = +21$

$y = 20 \sin \frac{\pi}{15}(x - 7,5) + 21$

cos

$A = 20 : a = -20$

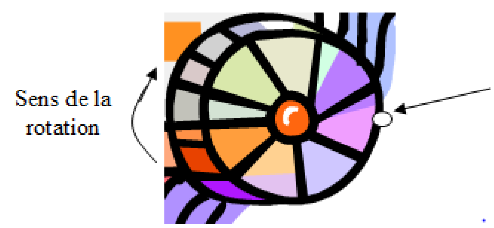
$P = 30 = \frac{2\pi}{b} : b = \frac{\pi}{15}$

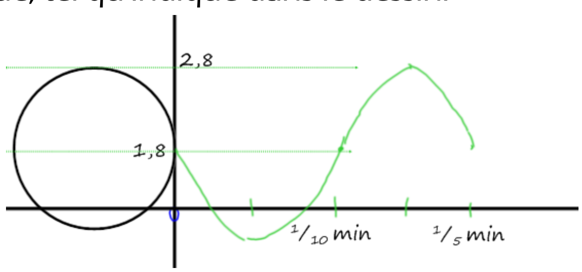
Déphasage nul $\rightarrow : c = 0$

Déplacement $21 \uparrow : d = +21$

$y = -20 \sin \frac{\pi}{15}(x) + 21$

6. La roue à aubes d'un bateau a un rayon de 2 m. Elle tourne à une vitesse de 5 révolutions/min et 0,2 m de la roue se trouve sous l'eau. Écris une fonction sinus qui représente la hauteur en fonction du temps d'un point situé à la hauteur du centre de la roue, tel qu'indiqué dans le dessin.





sin

$A = 2 : a = -2$

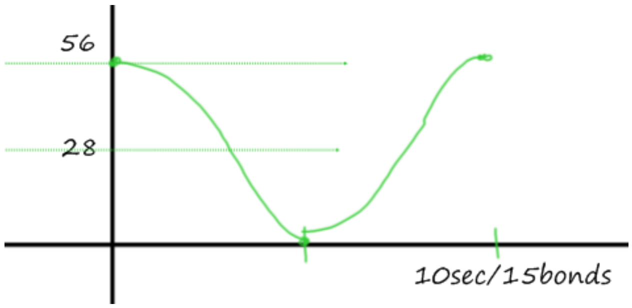
$P = \frac{1}{5} = \frac{2\pi}{b} : b = 10\pi$

Déphasage nul $\rightarrow : c = 0$

Déplacement $1,8 \uparrow : d = +1,8$

$y = -2 \sin 10\pi x + 1,8$

7. Mathieu s'amuse avec son jouet de « Tweety Bird » qui est relié à une boîte par un ressort. En observant l'objet se déplacer, il constate que la hauteur de l'oiseau en fonction du temps peut se modéliser par une fonction cosinus. Il décide alors de prendre quelques données pour créer un problème sur son prochain test de mathématiques 12^{e} année. Il constate que la hauteur maximale par rapport à son point le plus bas de Tweety Bird est de 56 cm et qu'il fait 15 bonds en 10 secondes. Détermine la fonction COSINUS qui représente cette situation en sachant que Mathieu va prendre le point de départ de Tweety Bird comme étant à sa hauteur maximale.



cos

$A = 28 : a = 28$

$P = \frac{10}{15} = \frac{2\pi}{b} : b = 3\pi$

Déphasage nul $\rightarrow$: $c = 0$

Déplacement $28 \uparrow$: $d = +28$

$y = 28 \cos 3\pi x + 28$